

1. Дифференциалдық теңдеулер мен шекаралық есептер

1. Лаплас теңдеуі ($\Delta u = 0$) және оның шекаралық есептері: Дирихле, Неймана, Робин шарттары.
 2. Пуассон теңдеуі ($\Delta u = f(x)$) және оның шешімі, Грин функциясы арқылы шешу.
 3. Жылу теңдеуі ($u_t = \Delta u + f(x, t)$) және бастапқы-шеттік есеп.
 4. Толқын теңдеуі ($u_{tt} = \Delta u + f(x, t)$) және бастапқы-шеттік есеп.
 5. Бірөлшемдік PDE үшін Фурье әдісі және бөлшектеп шешу әдісі (separation of variables).
 6. Радиалды және шеңберлі координаталарда Лаплас және Пуассон теңдеулерін шешу.
 7. Шекаралық есептердің физикалық интерпретациясы: жылу таралуы, электр өрісі, термодинамикадағы стационарлық есептер.
-

2. Әлсіз шешімдер мен вариациялық әдістер

1. Әлсіз шешімнің анықтамасы (H^1 және L^2 кеңістіктерінде).
 2. Вариациялық (weak) формула, энергия әдісі.
 3. Галеркин әдісі (Galerkin method) және FEM принциптері.
 4. Sobolev кеңістігі $H^k(\Omega)$, $W^{k,p}(\Omega)$ анықтамасы және негізгі қасиеттері.
 5. Пуанкаре теңсіздігі: дәлелдемесі және қолданылуы.
 6. Rellich–Kondrachov компактiлi енгізу теоремасы.
 7. Sobolev енгізу теоремасы және L^q -контрольдер.
-

3. Функция теориясы және Фурье анализі

1. Фурье сериясы және Фурье интегралы: анықтамасы, жинақталу шарттары.
 2. Фурье әдісі арқылы шекаралық есептерді шешу: Лаплас, жылу және толқын теңдеулері.
 3. Гармоникалық функциялар: анықтамасы және негізгі қасиеттері.
 4. Грин функциясы: анықтамасы, қасиеттері, Грин формуласы.
 5. Струми–Лиувилль мәселесі (Sturm–Liouville problem) және оның спектрлік қасиеттері.
 6. Тәуелсіздік және ортогоналдық қасиеттері.
-

4. Физикалық интерпретация және қосымша есептер

1. Жылу таралу және диффузиялық процестер: бастапқы-шеттік есептер.
 2. Толқын таралу: дисперсия, шекаралық шарттар.
 3. Электростатика және стационарлық потенциалдар: Лаплас пен Пуассон теңдеулері.
 4. Матрицалық және операторлық әдістер: функционалдық анализ элементтері.
 5. Классикалық мысалдар: тікбұрышты, шеңберлі, цилиндрлік және сфералық домендердегі есептер.
-

5. Теориялық сұрақтар (емтихан үшін)

1. Әлсіз және классикалық шешімнің айырмашылығы.
2. Sobolev кеңістігінің енгізу теоремесі және компактiлiгін түсіндіру.
3. Пуанкаре теңсіздігі және оның дәлелін келтіру.
4. Лаплас, Пуассон, жылу және толқын теңдеулерін физикалық тұрғыда интерпретациялау.
5. Грин функциясының анықтамасы және шекаралық есептерді шешудегі қолданылуы.
6. Струми–Лиувилль теориясы және спектрлік функциялар.
7. Фурье сериясының жинақталу шарттары.